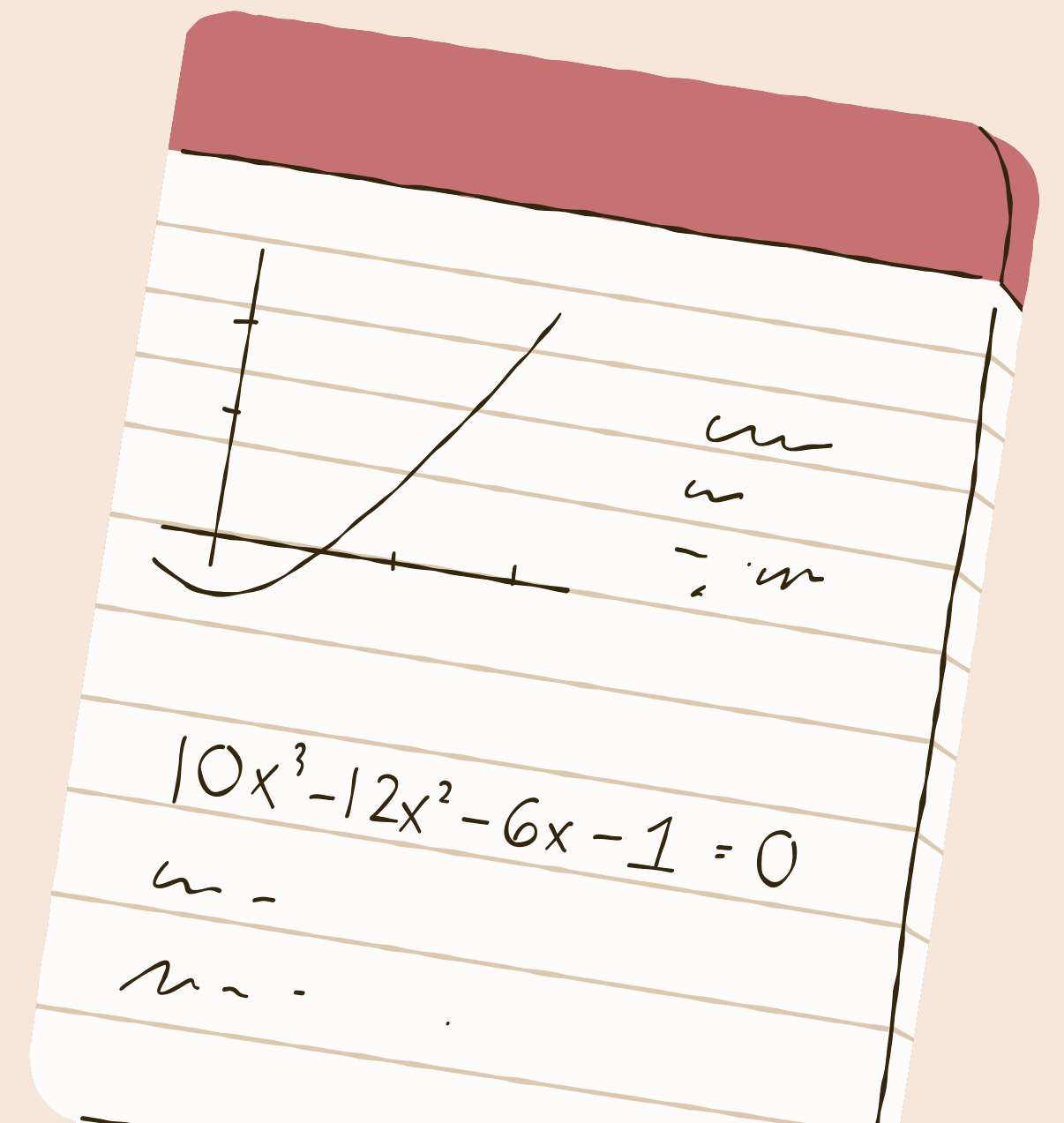
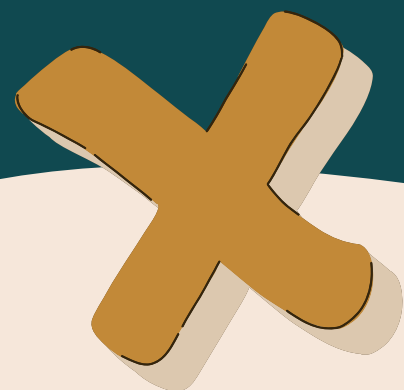
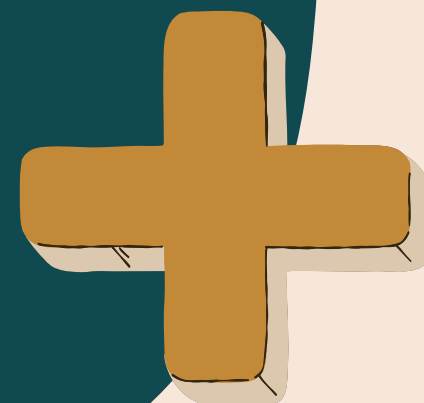
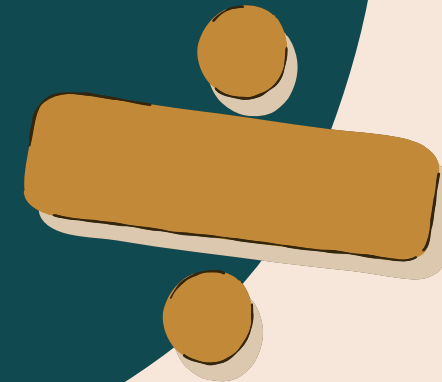
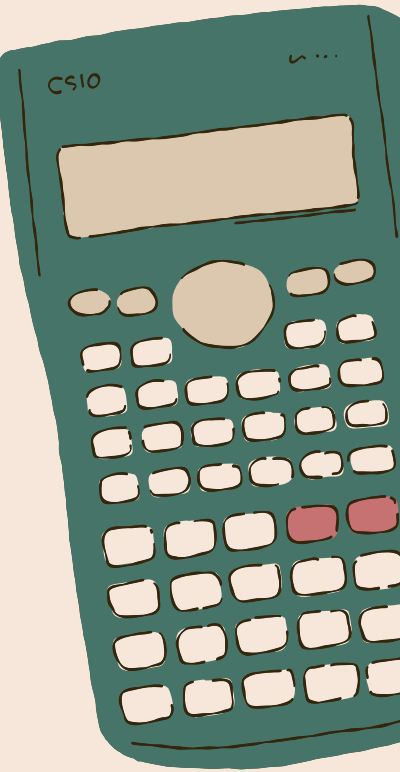


MTM9692 – Extensão II

Da Aritmética à Álgebra

Prof. Raphael da Hora



Motivação

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^9 + 3^{10} = ?$$

Motivação

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^9 + 3^{10} = 88.573$$

Motivação

$$S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{24} + 3^{25}$$

Motivação

$$S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{24} + 3^{25}$$

$$3 \cdot S = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{25} + 3^{26}$$

Motivação

$$S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{24} + 3^{25}$$

$$3 \cdot S = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{25} + 3^{26}$$

$$3 \cdot S = (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{25}) - 1 + 3^{26}$$

Motivação

$$S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{24} + 3^{25}$$

$$3 \cdot S = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{25} + 3^{26}$$

$$3 \cdot S = (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{25}) - 1 + 3^{26}$$

$$3 \cdot S = S - 1 + 3^{26}$$

Motivação

$$3 \cdot S = S - 1 + 3^{26}$$

$$3 \cdot S - S = S - S - 1 + 3^{26}$$

$$2S = 3^{26} - 1$$

Motivação

$$3 \cdot S = S - 1 + 3^{26}$$

$$3 \cdot S - S = S - S - 1 + 3^{26}$$

$$2S = 3^{26} - 1$$

$$S = \frac{3^{26} - 1}{2}$$

Generalização

$$S = 1 + r + r^2 + \dots + r^n$$

Generalização

$$S = 1 + r + r^2 + \dots + r^n$$

$$r \cdot S = S - 1 + r^{n+1}$$

Generalização

$$S = 1 + r + r^2 + \dots + r^n$$

$$r \cdot S = S - 1 + r^{n+1}$$

$$(r - 1)S = r^{n+1} - 1$$

$$S = \frac{r^{n+1} - 1}{r - 1}$$

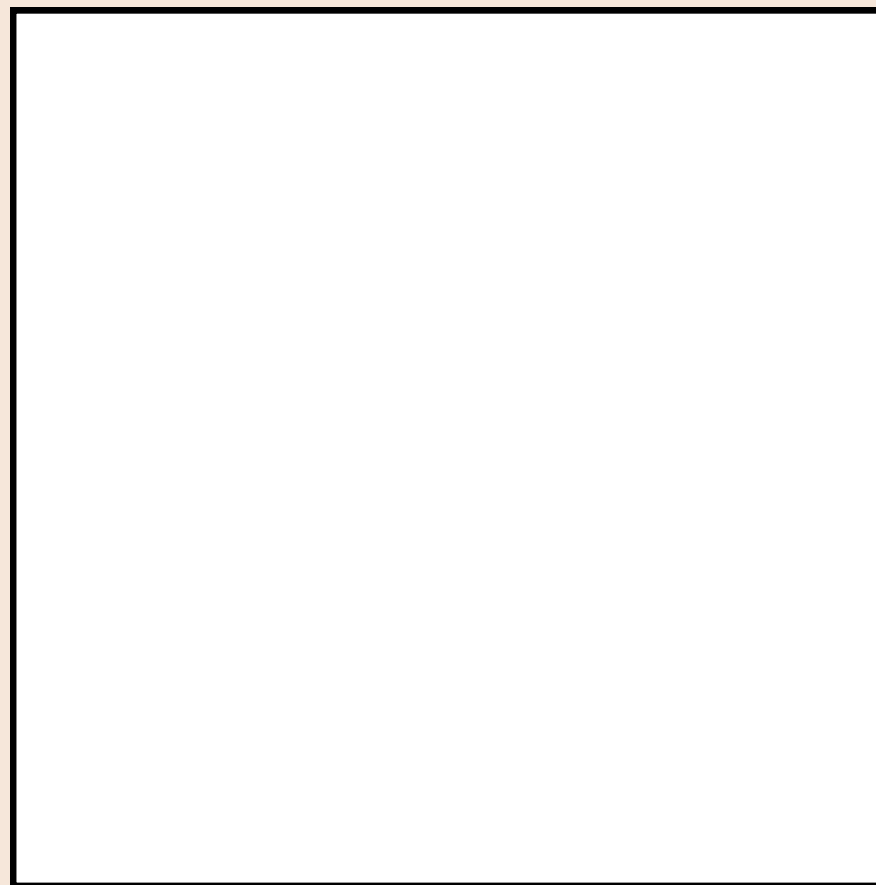
Exemplo

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

Exemplo

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

1

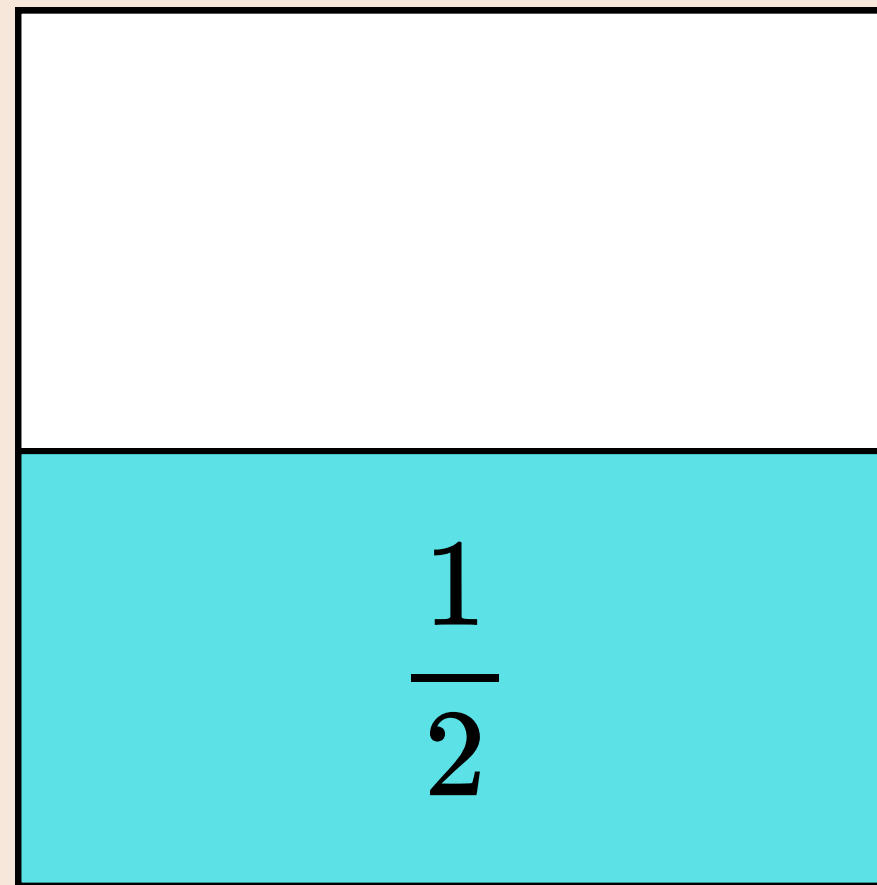


1

Exemplo

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

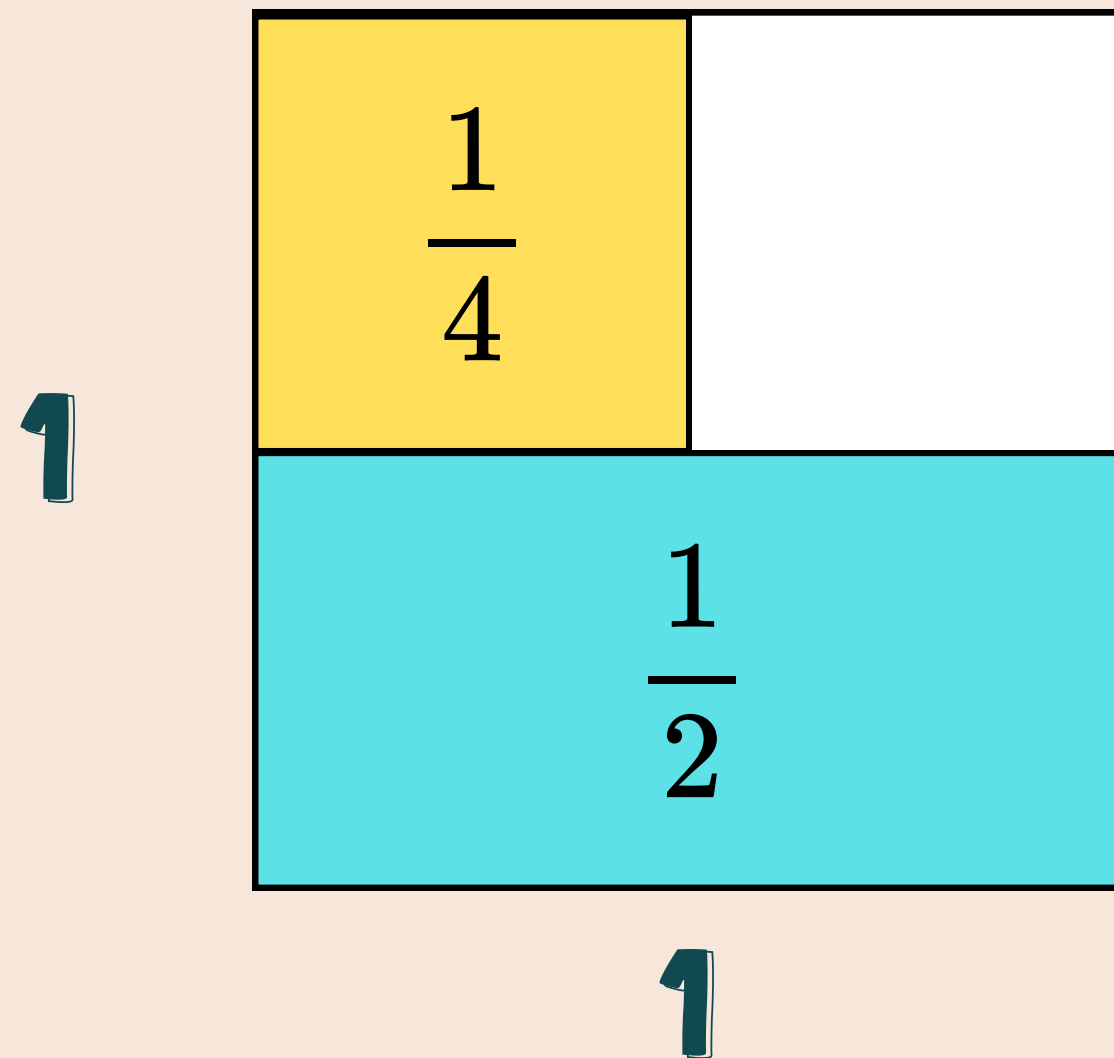
1



1

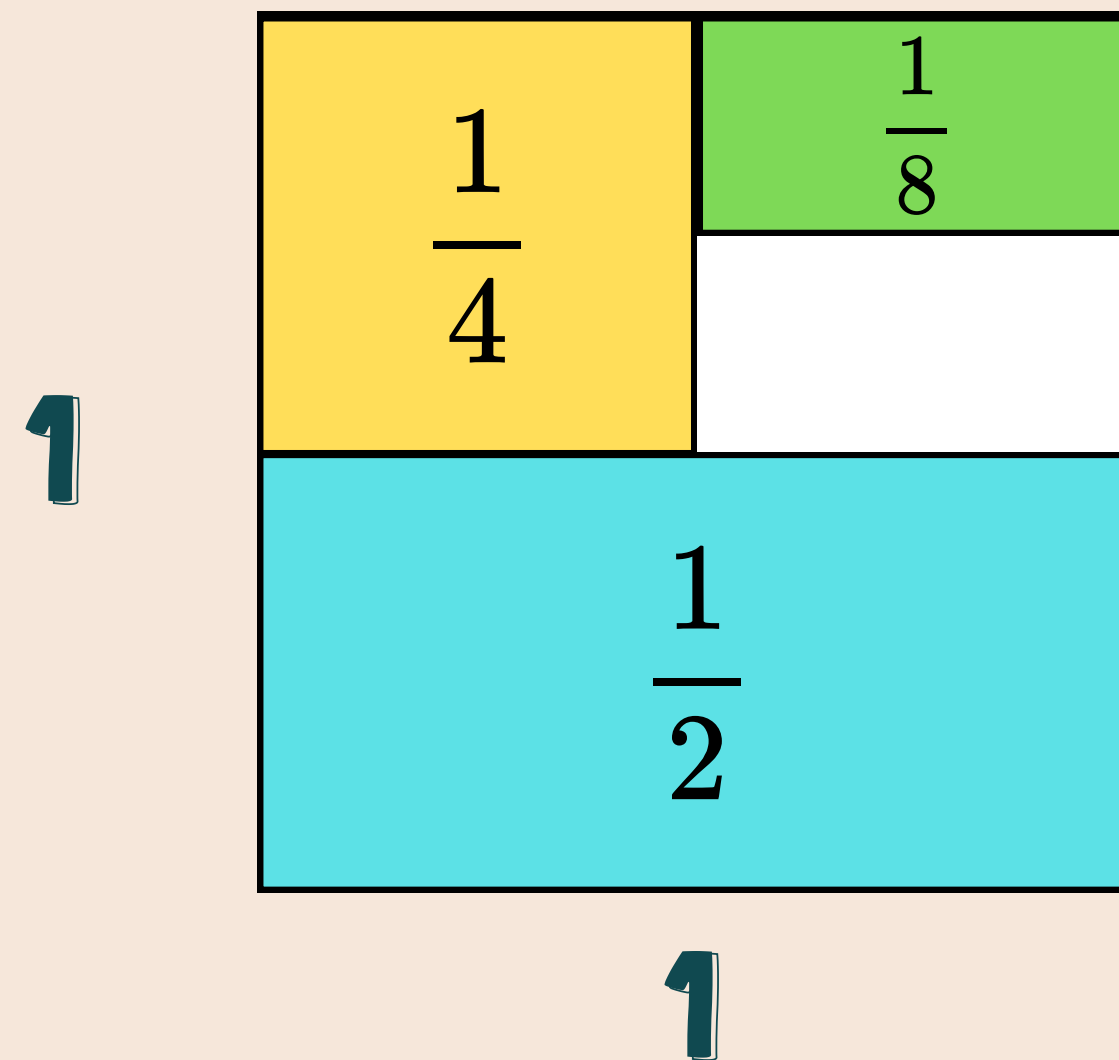
Exemplo

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$



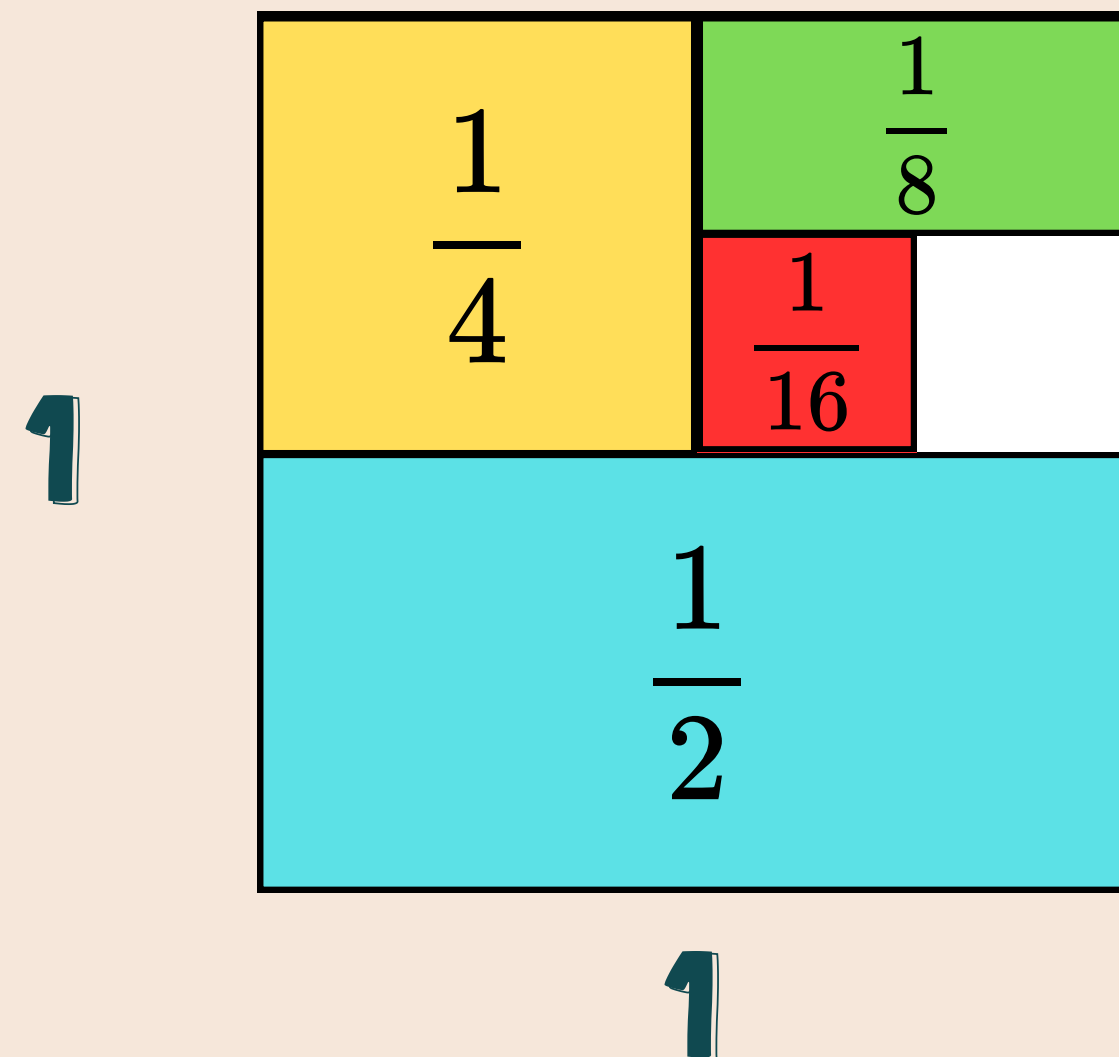
Exemplo

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$



Exemplo

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$



Mais Generalizações

$$(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$$

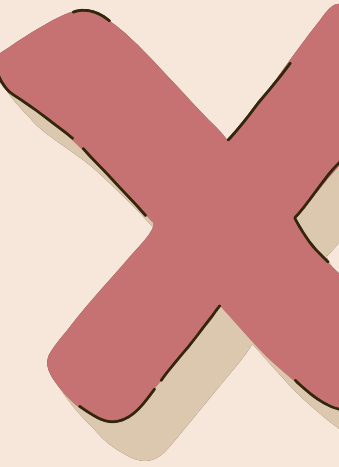


Mais Generalizações

$$(x - y)(x^n + x^{n-1}y + \cdots + xy^{n-1} + y^n) = x^n - y^n$$

Exemplo

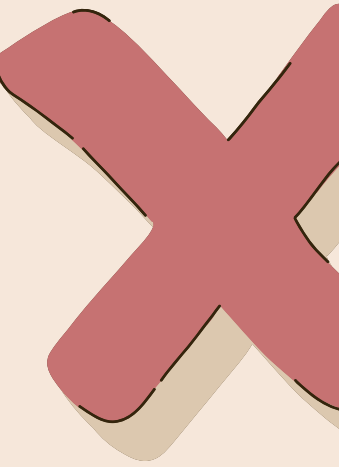
$$4x + 1 = 2x - 3$$



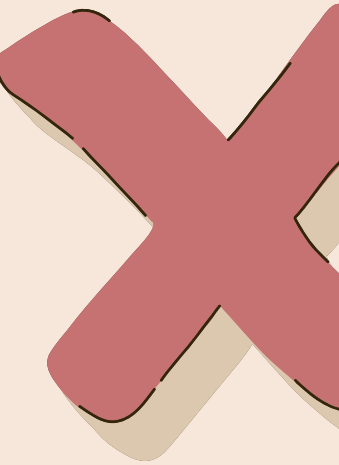
Exemplo

$$4x + 1 = 2x - 3$$

$$2x + 1 = -3$$



Exemplo

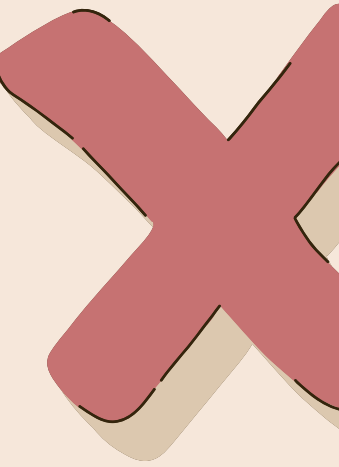


$$4x + 1 = 2x - 3$$

$$2x + 1 = -3$$

$$2x = -3 - 1$$

Exemplo



$$4x + 1 = 2x - 3$$

$$2x + 1 = -3$$

$$2x = -3 - 1$$

$$x = \frac{-4}{2} = -2$$

Exemplo

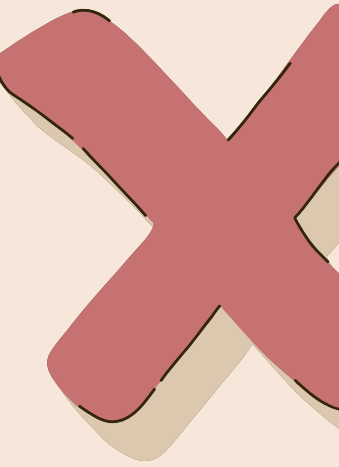
O significado da equação abaixo é que ela representa uma pergunta: existe um número **X** tal que:

$$4x + 1 = 2x - 3 ?$$

Um número **X** que satisfaz essa igualdade é chamado de solução da equação

$$4x + 1 = 2x - 3$$

Exemplo



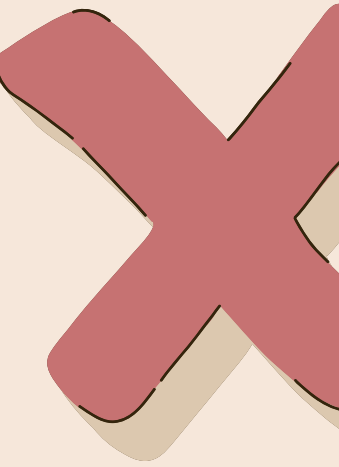
$$4x + 1 = 2x - 3$$

$$4x + 1 - 2x = 2x - 3 - 2x \Rightarrow (4 - 2)x + 1 = (2 - 2)x - 3$$

$$2x + 1 = -3 \Rightarrow 2x + 1 - 1 = -3 - 1$$

$$2x = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$$

Exemplo



$$4x + 1 = 2x - 3$$

$$4 \cdot (-2) + 1 = 2 \cdot (-2) - 3$$

$$-8 + 1 = -4 - 3$$

$$-7 = -7$$

Exemplos para Anos Iniciais

PETISCOS DE GATO

Dona Marta é uma grande amante de gatos, ela tem 20 deles, contando os gatinhos filhotes! Todos os domingos, ela dá um total de 92 guloseimas para seus animais de estimação. Cada gato adulto recebe 5 peças e cada gatinho recebe 3. Quantos de cada a Sra. Marta tem?

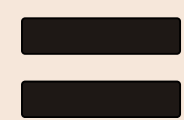
Lembre-se como resolvemos problemas assim no encontro passado. Vamos simbolizar a quantidade de gatos adultos por um quadradinho azul e a quantidade de gatos filhotes por um quadradinho vermelho. Temos o seguinte:



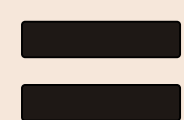
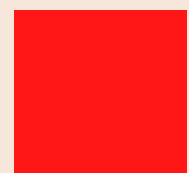
Exemplos para Anos Iniciais

PETISCOS DE GATO

Dona Marta é uma grande amante de gatos, ela tem 20 deles, contando os gatinhos filhotes! Todos os domingos, ela dá um total de 92 guloseimas para seus animais de estimação. Cada gato adulto recebe 5 peças e cada gatinho recebe 3. Quantos de cada a Sra. Marta tem?



Número de gatos adultos



Número de gatos filhotes



Exemplos para Anos Iniciais

$$\blacksquare + \blacksquare = 20$$

$$\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = 92$$

$$\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = 92$$



20



20

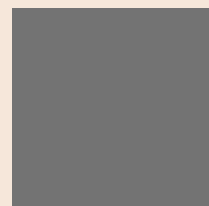
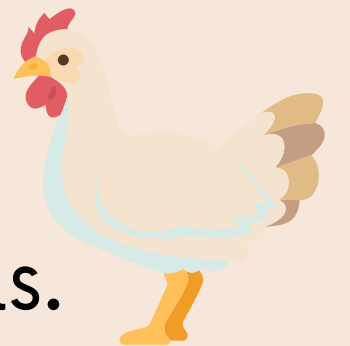


20

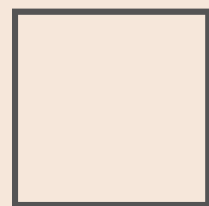
Exemplos para Anos Iniciais

O SR. MACDONALD

O Sr. MacDonald tem 32 animais em sua fazenda, todos porcos e galinhas. Juntos, esses animais têm 138 pernas. Quantos porcos e quantos galinhas estão lá na fazenda?



= Número de Galinhas



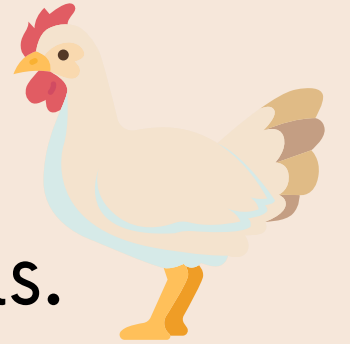
= Número de Porcos



Exemplos para Anos Iniciais

O SR. MACDONALD

O Sr. MacDonald tem 32 animais em sua fazenda, todos porcos e galinhas. Juntos, esses animais têm 138 pernas. Quantos porcos e quantos galinhas estão lá na fazenda?



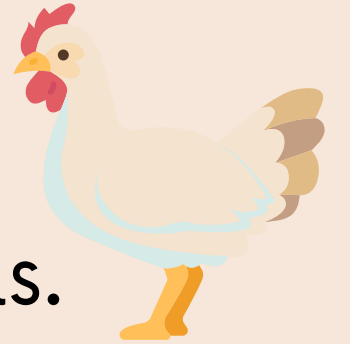
$$\blacksquare + \square = 32$$

$$\blacksquare + \blacksquare + \square + \square + \square + \square = 138$$

Exemplos para Anos Iniciais

O SR. MACDONALD

O Sr. MacDonald tem 32 animais em sua fazenda, todos porcos e galinhas. Juntos, esses animais têm 138 pernas. Quantos porcos e quantos galinhas estão lá na fazenda?



$$\blacksquare + \square = 32$$

$$\square + \square = 74$$

Pré-Álgebra

$$487 \times 507$$

Pré-Álgebra

$$487 \times 507$$

$$= (500 - 3) \times (500 + 7)$$

$$= 500 \times 500 + 500 \times 7 - 3 \times 500 - 3 \times 7$$

$$= 250000 + 500 \times (7 - 3) - 21$$

$$= 250000 + 2000 - 21 = 251.979$$

Pré-Álgebra

$$(18 \times 5^3) + (5^3 \times 23) + (69 \times 5^3)$$

Pré-Álgebra

$$(18 \times 5^3) + (5^3 \times 23) + (69 \times 5^3)$$

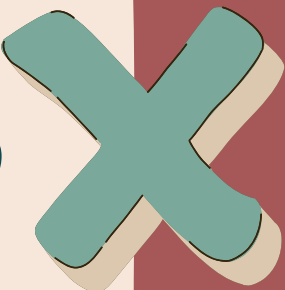
$$= (18 + 23 + 69) \times 5^3$$

$$= 89 \times 5^3$$

$$= 89 \times 125 = 11.125$$

Problema com palavras

Seja a/b uma fração. Se a/b de 57 é retirado de 57, o que resta excede $2/3$ de 57 em 4. Expresse essa informação como uma equação em a/b .



Problema com palavras

Seja a/b uma fração. Se a/b de 57 é retirado de 57, o que resta excede $2/3$ de 57 em 4. Expresse essa informação como uma equação em a/b .

$$57 - \left(\frac{a}{b} \cdot 57 \right) = \frac{2}{3} \cdot 57 + 4$$



Problema com palavras

Seja a/b uma fração. Se a/b de 57 é retirado de 57, o que resta excede $2/3$ de 57 em 4. Expresse essa informação como uma equação em a/b .

$$57 - \left(\frac{a}{b} \cdot 57 \right) = \frac{2}{3} \cdot 57 + 4$$

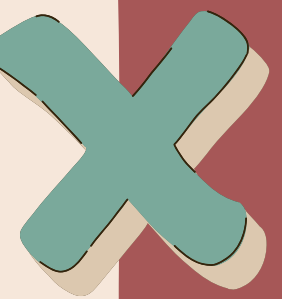


Problema com palavras

João tem três irmãos: dois irmãos e uma irmã. Sua irmã tem metade da idade do irmão mais velho e três quartos da idade do irmão mais novo.

O irmão mais velho de João tem quatro anos a mais que ele, e o irmão mais novo tem dois anos a menos que João.

Seja J a idade de João, A a idade do irmão mais velho e B a idade do irmão mais novo. Expresse as informações acima em termos de J , A e B .



Problema com palavras

João tem três irmãos: dois irmãos e uma irmã. Sua irmã tem metade da idade do irmão mais velho e três quartos da idade do irmão mais novo. O irmão mais velho de João tem quatro anos a mais que ele, e o irmão mais novo tem dois anos a menos que João. Seja J a idade de João, A a idade do irmão mais velho e B a idade do irmão mais novo. Expresse as informações acima em termos de J , A e B .

Seja S a idade da irmã. “Sua irmã tem metade da idade do irmão mais velho” então se torna

$$S = \frac{A}{2}$$



Problema com palavras

João tem três irmãos: dois irmãos e uma irmã. Sua irmã tem metade da idade do irmão mais velho e três quartos da idade do irmão mais novo. O irmão mais velho de João tem quatro anos a mais que ele, e o irmão mais novo tem dois anos a menos que João. Seja J a idade de João, A a idade do irmão mais velho e B a idade do irmão mais novo. Expresse as informações acima em termos de J , A e B .

$$S = \frac{1}{2} \cdot A; \quad S = \frac{3}{4} \cdot B$$



Problema com palavras

João tem três irmãos: dois irmãos e uma irmã. Sua irmã tem metade da idade do irmão mais velho e três quartos da idade do irmão mais novo. O irmão mais velho de João tem quatro anos a mais que ele, e o irmão mais novo tem dois anos a menos que João. Seja J a idade de João, A a idade do irmão mais velho e B a idade do irmão mais novo. Expresse as informações acima em termos de J , A e B .

A frase ‘o irmão mais velho de João é quatro anos mais velho que João’ torna-se

$$A = J + 4$$



Problema com palavras

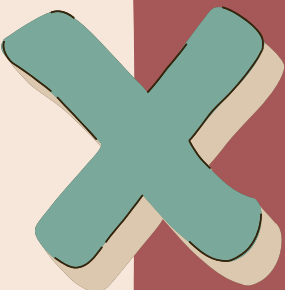
João tem três irmãos: dois irmãos e uma irmã. Sua irmã tem metade da idade do irmão mais velho e três quartos da idade do irmão mais novo. O irmão mais velho de João tem quatro anos a mais que ele, e o irmão mais novo tem dois anos a menos que João. Seja J a idade de João, A a idade do irmão mais velho e B a idade do irmão mais novo. Expresse as informações acima em termos de J , A e B .

$$A = J + 4; \quad B = J - 2$$



Problema com palavras

João tem três irmãos: dois irmãos e uma irmã. Sua irmã tem metade da idade do irmão mais velho e três quartos da idade do irmão mais novo. O irmão mais velho de João tem quatro anos a mais que ele, e o irmão mais novo tem dois anos a menos que João. Seja J a idade de João, A a idade do irmão mais velho e B a idade do irmão mais novo. Expresse as informações acima em termos de J , A e B .

$$A = J + 4; \quad B = J - 2; \quad \frac{A}{2} = \frac{3B}{4}$$


Problema com palavras

João tem três irmãos: dois irmãos e uma irmã. Sua irmã tem metade da idade do irmão mais velho e três quartos da idade do irmão mais novo. O irmão mais velho de João tem quatro anos a mais que ele, e o irmão mais novo tem dois anos a menos que João. Seja J a idade de João, A a idade do irmão mais velho e B a idade do irmão mais novo. Expresse as informações acima em termos de J , A e B .

$$A = J + 4; \quad B = J - 2; \quad \frac{A}{2} = \frac{3B}{4}$$

$$\frac{J + 4}{2} = \frac{3(J - 2)}{4}$$

IMPORTANTE!

Em equações
Algébricas, evite o
termo "variável" para
se referir a x .

Use o termo
"incógnita"!